

# Aplicação de redes neurais à economia: demanda por moeda no Brasil

Maria Dolores M. Diaz<sup>§</sup>  
Luiz Jurandir S. Araújo<sup>¶</sup>

## RESUMO

Os modelos de redes neurais vêm sendo utilizados na área de economia basicamente com o objetivo de se obter previsões mais acuradas. Desse modo, dada a ampla generalidade desta classe de modelos, está se desperdiçando a possibilidade de exploração do grande poder analítico na estimação de relações não-lineares. O objetivo deste trabalho é apresentar as principais características, elementos envolvidos, vantagens, dificuldades e limitações para a utilização de modelos econômicos estimados a partir de redes neurais. Para tal, utilizar-se-á como primeira abordagem a estimação de uma função demanda por moeda para o Brasil. Os principais resultados indicam que as profundas transformações ocorridas desde a implantação do Plano Cruzado provocaram fortes impactos sobre a função demanda por moeda, refletindo-se em oscilações acentuadas nas magnitudes das elasticidade-juros, renda e preços da referida função.

**Palavras-chave:** redes neurais, modelos não-lineares, demanda por moeda.

## ABSTRACT

Neural network models have been used in the economics basically aiming at obtaining more accurate forecasting. Thus, given the wide generality of this category of models, the possibility of exploring the great analytic power in the estimation of non-linear relations is being wasted. This paper is intended to introduce the main characteristics, involving elements, advantages, difficulties, and restrictions on the use of economic models estimated from neural networks. For such a purpose, the estimation of a money-demand function for Brazil will be used as the first approach. Main results indicate that the deep changes occurred since Cruzado Plan implementation have had strong impacts on the money-demand function, which is shown by marked oscillations in the magnitudes of interest elasticity, income elasticity, and price elasticity of that function.

**Key words:** neural networks, non-linear models, money demand.

---

§ Professora Doutora do Departamento de Economia da FEA-USP, Campus Ribeirão Preto.

¶ Doutorando e Mestre em Engenharia Elétrica pela Escola Politécnica da USP e Bacharel em Ciência da Computação pelo IME-USP.

Os autores agradecem as sugestões e comentários de dois pareceristas anônimos, ressaltando, porém, que os erros e omissões eventualmente remanescentes são de nossa exclusiva responsabilidade.

Recebido em novembro de 1997. Aceito em março de 1998.

## 1 Introdução

A ampla capacidade de modelagem apresentada pelas redes neurais vem instigando recentemente vários pesquisadores, principalmente na área de finanças. Os estudos indicam, de forma consistente, uma superioridade desta classe de modelos essencialmente não-lineares sobre os lineares, nos casos em que estes últimos apresentam falhas sistemáticas.

Especificamente no caso das redes neurais, deve-se frisar que apresentam uma grande vantagem em relação a outros modelos não-lineares. Assim, quando estão sendo tratados problemas extremamente complexos, os métodos convencionais de modelagem demandariam um esforço enorme e muito freqüentemente não se conseguiria construir o modelo. A utilização de redes neurais parte apenas da definição de premissas básicas de modelagem na topologia da rede e na forma de treinamento; assim, o trabalho de procura do modelo será computacional e não humano.

Na área de estudo de problemas econômicos, a maioria dos trabalhos com aplicações de redes neurais tem procurado apenas construir modelos cujo objetivo principal é a produção de previsões (*forecasts*) de séries financeiras<sup>1</sup> ou mesmo macroeconômicas.<sup>2</sup>

Ocorre, entretanto, que o potencial analítico desta classe de modelos não está sendo explorado neste tipo de aplicação. Na verdade, este comportamento reproduz tradição vigente nas áreas tecnológicas, onde a técnica de construção de redes se desenvolveu. Na maioria das aplicações, controle de processos, robótica, reconhecimento de padrões, processamento de imagens, por exemplo, exige-se dos modelos o maior poder preditivo possível. Não se busca uma razoabilidade em termos de magnitudes ou sinais dos parâmetros obtidos, qualidade tida como essencial na análise de modelos econométricos.

Desse modo, torna-se compreensível que as dificuldades de associação entre os parâmetros estimados pelo modelo e os parâmetros do modelo econômico correspondente ainda sejam inúmeras, considerando-se, principalmente, o fato de que as redes são construídas de forma a permitir a existência de alto grau de não-linearidades e cruzamento de efeitos das variáveis “explicativas” sobre a “explicada”<sup>3</sup>

---

1 Maiores detalhes podem ser encontrados em White e Swanson (1995) e Azoff (1994).

2 Ver Swanson e White (1995).

3 Na linguagem das redes, as conhecidas variáveis explicativas denominam-se *inputs* ou entradas e a variável explicada corresponde ao *output* ou saída.

Sendo assim, pretende-se neste trabalho apresentar as principais características, elementos envolvidos, vantagens, dificuldades e limitações para a utilização de modelos econômicos construídos a partir de redes neurais. Para tal, pretende-se utilizar como primeira abordagem a estimação de uma função demanda por moeda para o Brasil.

Deve-se destacar, deste modo, que os resultados obtidos têm como objetivo apresentar uma alternativa metodológica que pode colaborar para o aprofundamento das pesquisas teóricas no sentido de permitir a especificação de modelos mais abrangentes, por meio da utilização de redes neurais.

## **2 Potencial das redes neurais**

Conforme bem coloca Skapura (1995, p. 3 e 4), existem vários tipos de problemas que vêm se mostrando não passíveis de tratamento dentro da arquitetura computacional existente. Entre eles pode-se citar: a previsão de tempo, reconhecimento e interpretação de voz, imagens, escrita manual, entre outros.

Por outro lado, é preciso considerar que o ser humano realiza algumas dessas tarefas sem ao menos notar a complexidade envolvida, apesar de a capacidade de processamento dos neurônios humanos ser da ordem de 1000 sinais por segundo e a do computador ser bilhões de sinais por segundo. A diferença básica reside na distinção da arquitetura analítica entre a mente humana e o computador. Enquanto a primeira processa as informações de forma paralela (simultânea), o segundo trabalha de modo seqüencial. O exemplo mais simples é o de reconhecimento de imagens. A maioria dos algoritmos computacionais procura correlacionar cada ponto com os que estão à sua volta, na tentativa de encontrar um padrão semelhante aos previamente definidos. Já a mente humana recebe a imagem completa, ativando para tal uma grande quantidade de neurônios simultaneamente.

Dessa forma, verifica-se que a existência deste paralelismo gera um enfoque analítico completamente distinto, que aliado à possibilidade de tratamento de não-linearidades vem permitindo a aplicação desta metodologia a uma vasta gama de novas situações.

### **2.1 Conceitos básicos**

O elemento básico de uma rede é normalmente conhecido como neurônio, nódulo, ou unidade capaz de receber sinais de diferentes magnitudes (“grandes” e “pequenos”) e

polaridades (“excitatório” e “inibitório”, por exemplo, +1 e -1, respectivamente) e agregá-los de forma a produzir uma saída única.

Assim, pode-se sinteticamente expressar o estímulo que um neurônio recebe de  $n$  entradas da seguinte forma:

$$\text{estímulo} = \sum_{j=1}^n w_j \text{entrada}_j$$

onde  $w_j$  representa a ponderação associada à entrada  $j$ .

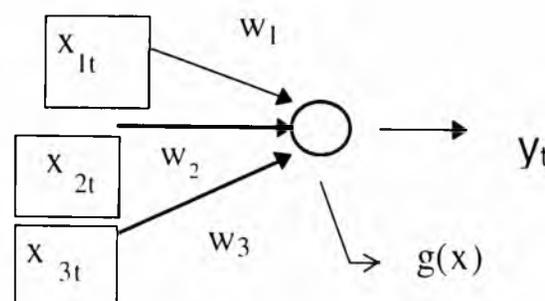
Após a chegada deste estímulo conjunto, o neurônio pela aplicação de uma **função de ativação do neurônio** produz o sinal correspondente à saída única referida acima. Tem-se, então:

$$y = g\left(\sum_{j=1}^n w_j x_j\right),$$

onde  $y$  corresponde à “saída” e  $x$  à “entrada” do neurônio.

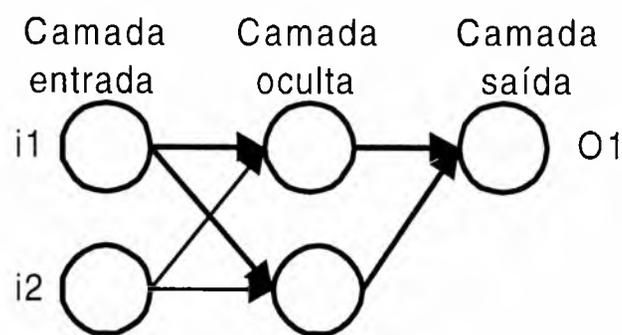
A partir das considerações acima é possível ampliar a estrutura de análise por meio da construção de uma rede de neurônios dispostos em camadas. A mais simples dessas redes recebe o nome de perceptron e pode ser vista na Figura 1.

**Figura 1**  
**Perceptron**



Na estrutura acima verifica-se que na entrada também existem neurônios, que normalmente são modelados de tal forma que a função de ativação apenas reproduza o estímulo original sem produzir nenhuma alteração. Esses neurônios que recebem as entradas da rede denominam-se **camada de entrada** enquanto que a camada composta dos neurônios que geram a saída final da rede recebe o nome de **camada de saída**. As camadas intermediárias são denominadas de **camadas ocultas**. Essa rede que apresenta camadas múltiplas é ilustrada na Figura 2.

**Figura 2**  
**Rede Multicamada<sup>4</sup>**



Conforme se verifica facilmente, a camada de entrada apresenta dois neurônios, correspondentes a duas “variáveis explicativas”; a camada oculta também possui dois neurônios e a de saída apenas um neurônio, referente à “variável explicada”

Em relação à função de ativação merecem menção as mais utilizadas:

- ♦ Função Linear -  $y = \sum_{j=1}^n w_j x_j$

- ♦ Função Step -  $y = \begin{cases} 1, \text{ para } \sum_{j=1}^n w_j x_j > \theta \\ 0, \text{ para } \sum_{j=1}^n w_j x_j \leq \theta \end{cases}$  onde  $\theta$  corresponde a um ponto que delimita

dois grupos ou estados.

4 Esta estrutura representa uma rede mais conhecida como *Multilayer Perceptron (MLP)*. Existem outras estruturas mais complexas como a Elman e a Jordan com retroalimentação, a primeira, a partir das camadas ocultas e a segunda a partir da camada de saída, mas que não serão alvo deste estudo.

- ♦ Função Sigmóide ou Logística -  $y = (1 + e^{-2\beta \sum_{j=1}^n w_j x_j})^{-1}$ , onde  $\beta$  corresponde a parâmetro de ajustamento do grau de inclinação da função de ativação.
- ♦ Função Gaussiana -  $y = \exp(-(\sum_{j=1}^n w_j x_j - 1) / \sigma^2)$  onde  $\sigma$  corresponde a um parâmetro de alisamento.

Algumas observações se fazem necessárias. A primeira delas refere-se ao fato de as funções acima aplicarem-se também aos neurônios da(s) camada(s) oculta(s). Neste caso, a entrada  $x_j$  corresponde, na verdade, aos valores de saída dos neurônios da camada anterior e não às entradas originais da rede. Esta menção é de extrema relevância, pois em arquiteturas bem mais complexas pode ser introduzido um mecanismo de retroalimentação de neurônios, ou seja, saídas da(s) camada(s) oculta(s) ou de saída podem retornar à rede alimentando um grupo de neurônios da camada de entrada.

Deve-se mencionar, também, que cada uma das funções de ativação apresentam determinadas características que favorecem grupos específicos de aplicações. Assim, por exemplo, a função Linear é usualmente utilizada em neurônios da camada de entrada de redes com a estrutura apresentada na Figura 2.

A função de ativação Step é muito útil, como, por exemplo, na tarefa de distinção entre dois estados - ativo e inativo. Neste caso,  $\theta$  seria zero. Para valores negativos do estímulo, a saída seria zero. Para valores positivos do estímulo, a saída seria 1.

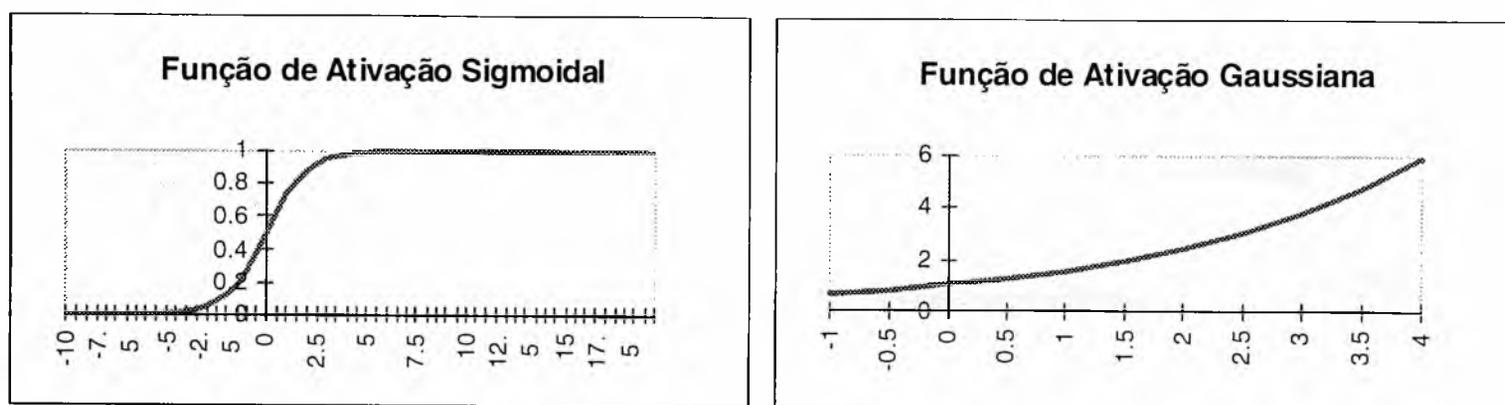
A função Sigmóide opera de forma semelhante à Step, apenas com a distinção de que esta última é uma função contínua e diferenciável. A maior utilização desta função está nos problemas de classificação, de forma análoga à da função Step. A restrição desta função reside justamente neste ponto. Por ser contínua, é possível encontrar valores de saída distintos de 0 e 1, por exemplo, 0.7. Neste caso, fica a dúvida no referente a que categoria enquadrar o referido *input*. Vale lembrar que neste caso os valores de saída,  $y$ , podem ser considerados como probabilidade de estar na categoria definida como  $y=1$ .<sup>5</sup>

5 Sargent (1993) fornece um exemplo muito ilustrativo: "(...) let there be two classes of people, American football players ( $y=1$ ) and economists ( $y=0$ ). Let  $x_t$  be a vector of characteristics, say weight and salary, of individual  $t$ . When we present the perceptron with  $x_t$  for economist  $t$ , we want the perceptron to eject  $y_t=0$ , and when we input the characteristics of a football player, we want the perceptron to say  $y_t=1$ . With the Heaviside step function as the squasher, the neuron 'fires' ( $y_t=1$ ) if and only if  $w \cdot x_t \geq 0$ . With one of the other squasher functions, the value of  $y_t$  could be interpreted as the probability that an individual is a football player." (p. 55 e 56)

Finalmente, a função Gaussiana é frequentemente utilizada quando se pretende obter uma classificação em que existem mais do que duas categorias. Deve-se notar que este tipo de função de ativação, distintamente do que se verifica nas categorias apresentadas anteriormente, não implica a existência de um valor máximo para a saída y, obtida a partir da rede.

Na Figura 3 é possível verificar a forma das funções sigmóide e gaussiana.

**Figura 3**  
**Formas das Funções de Ativação Sigmóide e Gaussiana**



Dada a estrutura apresentada acima, fica a questão de como definir os pesos  $w$  da “melhor” forma possível. Este processo de estimação é mais conhecido como processo de aprendizagem ou treinamento da rede, no sentido de que a rede estaria aprendendo ou sendo treinada a reproduzir as transformações desejadas.

O algoritmo mais conhecido e utilizado neste processo é o método da retropropagação do erro,<sup>6</sup> que é análogo ao velho conhecido dos economistas, o método dos mínimos quadrados. Consiste, basicamente, em encontrar o vetor de parâmetros  $w^*$  que minimize a soma de quadrados do erro, entendido como a diferença entre o valor de  $y$  dado pela rede e o real. Sendo assim, por meio de um processo iterativo<sup>7</sup> os parâmetros vão sendo corrigidos da seguinte forma:

$$w_{jk} = w_{jk-1} + \eta \sum_{t=1}^T (y_t - y_t^*) \frac{dg(x)}{dx} x_t$$

6 Por este motivo a rede multicamadas - *Multilayer Perceptron (MLP)* - é também chamada de *Backpropagation Network (BPN)*.

7 Greene (1997, p. 202 e seguintes) apresenta de forma mais detalhada o funcionamento do referido método.

Deve-se mencionar, ainda, que as redes MLP treinadas por *Backpropagation* realmente se assemelham muito ao método de mínimos quadrados não-lineares uma vez que o método de treinamento, a cada fase, minimiza o erro entre a saída da rede e a saída correta. Contudo, se forem utilizados outros paradigmas neurais tais como redes auto-organizadas, *counter-propagation*, ressonante etc. as diferenças entre o método de mínimos quadrados e o treinamento das redes tornam-se marcantes.<sup>8</sup>

A partir da estrutura apresentada acima, verifica-se, facilmente, a existência de um paralelismo na incorporação dos efeitos das entradas sobre a(s) camada(s) oculta(s), bem como a possibilidade de inclusão de não-linearidades a partir da seleção de uma função de ativação adequada.

Conforme antes destacado, na maioria das situações convencionalmente modeladas por redes neurais a função linear é utilizada apenas na camada de entrada, estando mais comumente associadas aos neurônios da camada oculta bem como da camada de saída as funções sigmóide e/ou gaussiana. Obviamente, a combinação destas funções introduz uma enorme dificuldade na especificação completa da forma funcional da rede, ou seja, aquela com a qual os economistas estão tradicionalmente acostumados.

A seguir será apresentada uma aplicação simples à estimação da demanda por moeda no Brasil.

### 3 Modelo de demanda por moeda no Brasil

Inúmeras foram as tentativas de encontrar uma especificação para a demanda por moeda no Brasil. A maioria dos trabalhos realizados acaba por limitar-se a abordar uma ou algumas particularidades da forma funcional, chegando, invariavelmente, à conclusão de que os choques pelos quais passou a economia durante a segunda metade da década de 80 até a primeira metade dos anos 90 acabou por introduzir elementos que dificilmente são passíveis de tratamento pelos métodos convencionalmente utilizados na estimação da maioria das relações econômicas. Na verdade, em muitos dos trabalhos encontram-se entre as sugestões de aprimoramento a busca de alguma estrutura não-linear capaz, por exemplo, de incorporar os

---

8 Maiores detalhes acerca destas arquiteturas distintas podem ser encontrados em Skapura (1995).

efeitos dos referidos choques.<sup>9</sup> Esta situação, entretanto, não parece ser exclusivamente brasileira, pois as mesmas observações foram apresentadas por Bucacos (1997) para o Uruguai.

Conforme bem destaca a autora, as inovações financeiras bem como a convivência prolongada com altas taxas de inflação certamente provocaram efeitos sobre a demanda por moeda e não existe qualquer razão para se supor que tais influências possam ser incorporadas de forma linear. Pelo contrário, as indicações são de que estes efeitos são efetivamente não-lineares.

Pretende-se, desse modo, nesta primeira abordagem, focar algumas peculiaridades dos resultados obtidos a partir da estimação de um modelo baseado na estrutura de uma rede neural para a demanda por moeda para o Brasil. Para tal, considerar-se-á o seguinte modelo:

$$M = f(Y, R, P).$$

onde:

M representa Meios de Pagamento (M1), deflacionado pelo IGP-DI;

Y representa Nível de Renda, também deflacionada pelo IGP-DI;

R corresponde à Taxa de Juros - *Overnight*, e

P representa a variação do IGP-DI.

As informações têm periodicidade trimestral e foram analisadas 90 observações trimestrais compreendidas entre o primeiro trimestre de 1975 e o segundo trimestre de 1997. Todos os dados foram obtidos na Macrométrica.

Antes de passar diretamente à estimação do modelo, não se pode deixar de frisar que a existência de simples indicações acerca da presença de não-linearidades certamente não é condição suficiente para garantir que a simples estimação de um modelo não-linear, qualquer que seja sua especificação, deva apresentar resultados mais adequados do que os obtidos por meio de um modelo linear. Na verdade, o procedimento mais adequado consiste sempre na aplicação preliminar de um teste sobre os dados, com o intuito de verificar se a hipótese de linearidade pode ser rejeitada no caso sob foco de análise.

---

9 Para maiores detalhes, ver Triches (1992).

A literatura sobre esta categoria de testes tem se desenvolvido nos últimos anos, especialmente na direção de incorporar conceitos da teoria de redes neurais. A este respeito vale citar Lee, White e Granger (1992) e Teräsvirta, Lin e Granger (1993). Este último, em particular, apresenta um teste do tipo Multiplicador de Lagrange, que corresponde a uma alternativa superior ao proposto por Lee, White e Granger. A conclusão acerca desta superioridade foi baseada em resultados obtidos a partir de experimentos de Monte Carlo.

Por este motivo, optou-se por aplicar aqui o teste proposto por Teräsvirta, Lin e Granger (1993). Essencialmente, o teste consiste em três etapas básicas, ou seja, estimar uma regressão base entre o vetor da variável explicada, neste caso,  $M$  e a matriz de explicativas, estimar a regressão auxiliar entre o vetor dos resíduos gerados na regressão base e a matriz de explicativas acrescida de  $j$  regressores auxiliares, que representam, neste caso, as combinações de termos não-lineares e, finalmente, calcular a estatística do teste, a partir da soma de quadrados de resíduos obtida tanto na regressão base como na auxiliar.

É preciso mencionar que o teste proposto no artigo foi derivado a partir de uma definição de modelo univariado. Sendo assim, na matriz de explicativas constava apenas a variável dependente, neste caso  $M_t$  com vários níveis de defasagens, ou seja,  $M_{t-1}$ ,  $M_{t-2}$ ,  $M_{t-3}$ , e assim sucessivamente.

Este teste foi realizado inicialmente, conforme sugerem os autores, a partir desta especificação, considerando o pressuposto de que a alternativa não-linear ainda não estava precisamente especificada. Em seguida procedeu-se a uma adaptação do teste, considerando que a variável dependente defasada não será incorporada entre as explicativas, substituindo-se os termos correspondentes pelas combinações geradas a partir das variáveis  $Y$ ,  $R$  e  $P$ . No Quadro 1, a seguir, encontra-se um resumo acerca dos regressores auxiliares incorporados, tanto para o teste originalmente proposto como para adaptação realizada, e na Tabela 1 encontram-se os resultados do teste.

**Quadro 1**  
**Regressores Auxiliares incorporados nos Testes da Presença de Não-Linearidades**

Teste	Regressores auxiliares															
Original	$M_{t-1}^2$	$M_{t-1}M_{t-2}$	$M_{t-2}^2$	$M_{t-1}^3$	$M_{t-1}^2M_{t-2}$	$M_{t-1}M_{t-2}^2$	$M_{t-2}^3$	$M_{t-1}^3$	$M_{t-1}^2M_{t-2}$	$M_{t-1}M_{t-2}^2$	$M_{t-2}^3$	$M_{t-1}^3$				
Adaptado	$Y^2$	$YP$	$YR$	$P^2$	$PR$	$R^2$	$Y^3$	$Y^2P$	$Y^2R$	$YP^2$	$YPR$	$YR^2$	$P^3$	$P^2R$	$PR^2$	$R^3$

**Tabela 1**  
**Resultados dos Testes da Presença de Linearidade**

Cálculo da Estatística do Teste	Teste Adaptado	Teste Artigo - V23
Soma dos quadrados dos Resíduos base	21428.88	14442.1
Soma dos quadrados dos Resíduos Limitada	10612.38	9410.878
Regressores - j	16	7
Total de elementos	90	88
Número de Explicativas	3	2
Graus de liberdade do numerador	16	7
Graus de liberdade do denominador	70	78
Estatística do teste F	4.459149361	5.957168715
Hipótese nula: coeficientes quadráticos e cúbicos = 0 $\Rightarrow$ existência de linearidade		
Probabilidade de cometer erro tipo 1	nível de significância	0.00057%
		0.00143%

Verifica-se que em ambas as alternativas não se pode aceitar a hipótese nula de presença de linearidade, considerando, inclusive, níveis de significância inferiores a 1%. Está, desse modo, justificada a estimação de um modelo não-linear, e conforme já destacado anteriormente, dadas as vantagens da teoria de redes neurais, será este o modelo a ser estimado a seguir.

Cabe destacar, a princípio, que uma primeira versão deste trabalho foi realizada a partir da utilização de uma versão *shareware* de um *software* disponível na Internet. Ocorre, entretanto, que a elaboração e estimação de uma rede neural, dada a relativa precocidade do método, ainda segue um padrão “artesanal”. Isto implica que cada aplicação apresenta característica específicas, principalmente em relação à normalização prévia à estimação, o que dificulta a utilização de um *software* padronizado. No caso deste trabalho, tornou-se de extrema relevância a realização de simulações sobre o comportamento da série estimada diante da imposição de pequenos choques nas variáveis de entrada, uma vez que isto permite dar uma noção geral acerca das respectivas elasticidades da demanda por moeda. Por este motivo, foi crucial o desenvolvimento de um *software* específico que possibilitou a obtenção deste tipo de resultado. Na verdade, esta é a prática comum nas áreas em que esta metodologia vem sendo aplicada mais comumente.<sup>10</sup>

Foram estimadas várias versões da Rede Multicamada apresentada acima. Essencialmente, a distinção entre elas estava no número de camadas, no número de neurônios da(s) camada(s) oculta(s) bem como nos valores do parâmetro  $\beta$  da função sigmóide. Esta foi a função de ativação considerada mais adequada para o modelo analisado em função do melhor ajustamento dos resultados obtidos.<sup>11</sup>

Deve-se mencionar que, dado o caráter de exploração metodológica da utilização de redes neurais aplicadas a modelos econômicos, optou-se pela utilização do modelo relativamente simples, que é MLP. Porém o modelo MLP com *backpropagation* também incorpora, de forma implícita, as relações dinâmicas entre as variáveis, uma vez que durante a fase de treinamento os pesos sinápticos são alterados sucessivamente à medida que são introduzidas temporalmente as séries de entrada. Existem, entretanto, outros modelos neurais mais complexos, tais como a TDN (*Time delay network*) que incorporam explicitamente na

---

10 Este *software* foi desenhado para ambiente WINDOWS 95 e poderá ser obtido gratuitamente por e-mail nos seguintes endereços: madmdiaz@usp.br ou ljsimoes@uol.com.br

11 Deve-se mencionar que em todas as especificações o valor inicial dos pesos sinápticos foi gerado aleatoriamente, usando um distribuição uniforme [0,1].

camada de entrada as mesmas séries de entrada com defasagens, cuja aplicação está sendo programada para desdobramentos futuros. Com a TDN, por exemplo, a rede recebe simultaneamente as entradas nos instantes  $t, t-1, \dots, t-d$ . Desse modo, a rede acaba armazenando mais explicitamente as relações temporais existentes entre as variáveis.

Outro ponto que merece destaque refere-se ao fato de terem sido utilizadas todas as observações no processo de treinamento da rede. Na verdade, convencionalmente, treina-se a rede apenas com parte das observações da amostra. O restante das informações é utilizado para verificação acerca da adequação da rede para a previsão de dados futuros. Ocorre, neste caso, que o objetivo é encontrar os pesos que permitam um melhor ajustamento das observações compreendidas no período de análise, não se pretendendo, portanto, utilizar o modelo para realização de previsões sobre valores futuros da variável de saída.

Foi utilizado como critério para a seleção do modelo mais adequado a minimização de uma função erro, expressa por:

$$erf = \sum_{i=1}^T (y_i^* - y_i)^2,$$

onde  $y_i$  representa o valor observado da variável explicada e  $y_i^*$  corresponde ao valor gerado pela rede. Calculou-se também a seguinte função de Erro Médio:

$$Erro\ Médio = \left[ \sum_{i=1}^T \left( \frac{|(y_i^* - y_i)|}{y_i} \right) \right] / T,$$

onde T é o número total de observações.

Esta medida pode ser interpretada como um erro porcentual médio existente no conjunto da rede.

De acordo com os critérios acima, o modelo mais adequado possuía 3 camadas, sendo que a de entrada apresenta três neurônios ( $i_1, i_2$  e  $i_3$ ) correspondentes às três variáveis explicativas - Renda, Inflação e Juros, respectivamente. A camada oculta possui cinco

neurônios e a de saída um neurônio (o1). A função de ativação adotada foi a sigmóide, com  $\beta = 0,4$ . O Erro Médio deste modelo foi de aproximadamente 13%. A forma funcional da rede pode ser expressa da seguinte forma:

Sejam  $x^1_t, x^2_t, x^3_t, x^4_t$  as entradas no instante  $t$  da rede ( $x^4_t = 1 \forall t$ )

Seja  $ne = 4$ : número de entradas + 1 (bias)

Seja  $m^i = \max\{x^i_t \forall t\}$   $i=1,2,3$  (supondo  $m^i > 0$ )

Sejam  $X^i_t = x^i_t / m^i$  para  $i=1,2,3$  e  $X^4_t = -1$  para qualquer  $t$ :  $\{X^i_t$  entrada normalizada pelo máximo<sup>12</sup>

$$\text{Seja } f(h) = \frac{1}{1 + e^{-2\beta h}}$$

onde  $\beta = 0.4$

Sejam  $w_{ij}$  os pesos sinápticos entre a entrada  $i$  e o neurônio interno  $j$ , com ( $1 \leq i \leq ne$  e  $1 \leq j \leq J$ )

Seja  $J$  o número de neurônios internos + 1 (bias)

Sejam  $W_j$  os pesos sinápticos entre o neurônio interno  $j$  e o neurônio de saída.

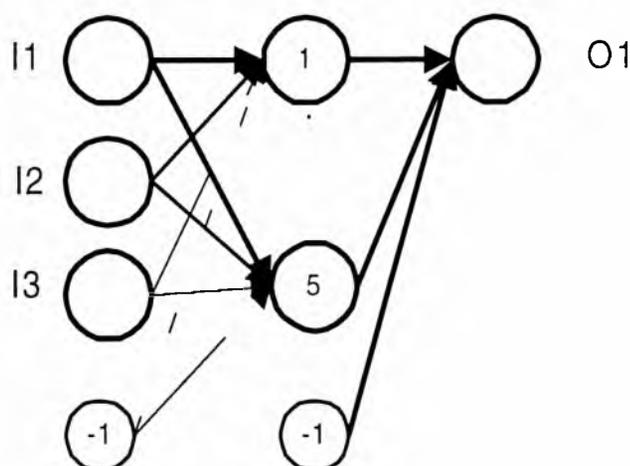
A Rede Neural no instante  $t$  é igual a:

$$RN(t) = f\left(-W_J + \sum_{j=1}^{J-1} W_j f\left(\sum_{i=1}^{ne} w_{ij} X^i_t\right)\right)$$

Sendo assim, a estrutura da rede estimada pode ser vista na figura a seguir:

<sup>12</sup> Algum tipo de normalização é inevitável quando as entradas apresentam ordens de grandeza discrepantes. Se não houvesse normalização, os efeitos numéricos gerados pelos valores maiores iriam polarizar a rede, "apagando" totalmente os valores pequenos. Dentre as várias formas de normalização que não eliminam a variação relativa do instante  $t$  para o instante  $t+1$  da série tem-se a normalização pelo máximo (em módulo) da série dada.

**Figura 4**  
**Esquema da Rede Estimada para a Demanda por Moeda**



Pode-se verificar a presença de um neurônio adicional na camada de entrada alimentando a camada oculta e outra na camada oculta alimentando a camada de saída. Estes neurônios representam a existência de um *bias*. Na verdade, o mecanismo completo de ativação do neurônio exige que o estímulo supere um certo “limiar”,<sup>13</sup> ou seja, o neurônio somente se “ativará”<sup>14</sup> se o valor do estímulo atingir ou superar este limiar. Pode-se representar, entretanto, como fazem Hertz, Krogh e Palmer (1991), este “limiar” como um neurônio adicional, conforme representado na figura. A entrada a ele associada será sempre -1 e os pesos serão estimados. Assim, na verdade, o valor deste “limiar” será também estimado ao invés de ser previamente determinado.<sup>15</sup> Cabe ainda mencionar que em termos computacionais estes neurônios também são de grande utilidade, pois durante o processo de convergência mantêm o fluxo de entrada para todos os neurônios, evitando que algum deles se torne inativo como decorrência de uma combinação específica dos pesos estabelecidos.

Deve-se notar que cada linha que conecta pares de neurônios implica a existência de um peso  $w$  correspondente. Sendo assim, este modelo gerou a estimação de 30 pesos, que se encontram na Tabela 2.

13 Tradução para *threshold*.

14 Tradução para *fire*.

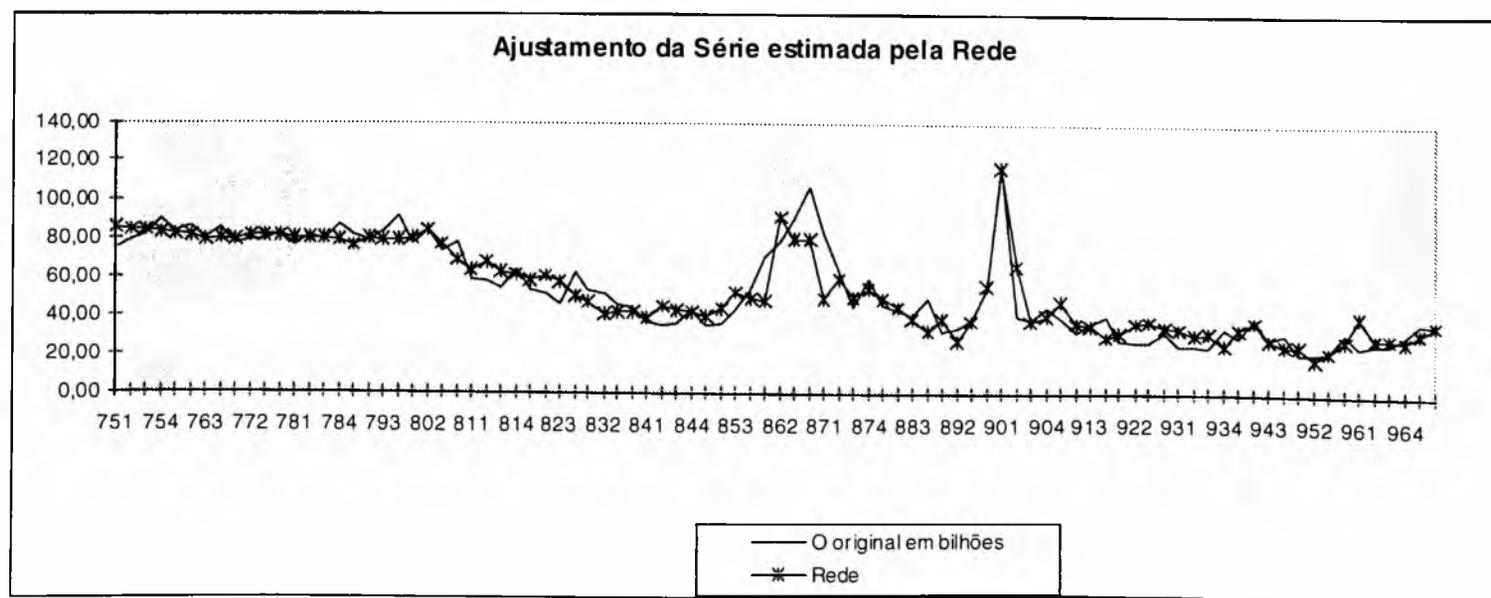
15 Maiores detalhes podem ser encontrados em Skapura (1995) e Hertz, Krogh e Palmer (1991).

**Tabela 2**  
**Matriz de Pesos**

da camada de entrada <i>input</i> para a camada oculta						
Renda	Inflação	Juros	<i>Bias</i>			
-3.201866	-4.290433	-7.994329	-6.84649	(da camada de <i>input</i> para o neur. 1 da camada 2		
37.598601	-8.530865	-0.363789	31.54668	(da camada de <i>input</i> para o neur. 2 da camada 2		
14.782775	8.617191	-8.978976	12.66386	da camada de <i>input</i> para o neur. 3 da camada 2		
-2.298129	-5.373911	-6.681378	-10.8061	da camada de <i>input</i> para o neur. 4 da camada 2		
-5.826484	-26.163934	-43.315264	-6.65530	da camada de <i>input</i> para o neur. 5 da camada 2		
18.895733	6.708914	38.872601	-39.1304	da camada de <i>input</i> para o neur. 6 da camada 2		
da camada oculta para a camada de saída – <i>output</i>						
1.912275	-6.046809	5.952796	-8.50546	2.425573	-5.485888	da camada oculta para o neurônio único da camada de saída

Na Figura 5 é possível verificar o bom ajustamento da rede treinada à série normalizada de M1.

**Figura 5**

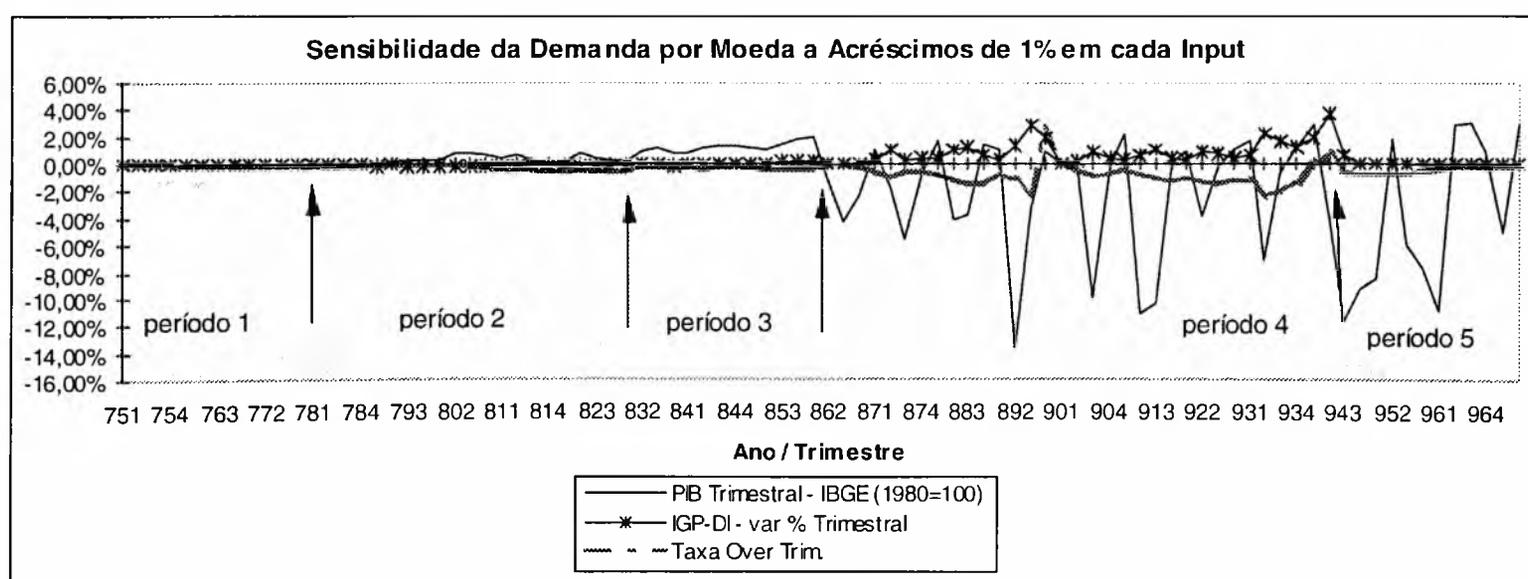


De acordo com o exposto anteriormente, os pesos somente podem ser interpretados como estímulos e não como qualquer conceito relacionado a derivadas parciais da variável explicada em relação às explicativas. Para que tal análise pudesse ser feita seria preciso reconstruir a função que relaciona as variáveis explicativas e a explicada. Ocorre que, dada a complexidade do modelo, isto se torna muito difícil. Porém, pode-se realizar uma análise de sensibilidade, que implica verificar o efeito sobre os resultados da saída da rede decorrentes de variações de 1% em cada uma das variáveis de entrada.

Vale mencionar que os resultados<sup>16</sup> indicam que a influência de alterações no nível de Renda sobre a demanda por moeda é maior do que a influência das variáveis Preço e Taxa de Juros. É interessante notar que Bucacos (1997) também enfatizou este resultado, porém de forma indireta e inadequada, ou seja, analisando os valores absolutos dos pesos da camada de entrada para a camada intermediária. Se este fosse o critério aqui adotado, a conclusão seria de que a variável Juros é a mais importante, pois a soma dos valores absolutos dos pesos do neurônio associado a esta variável é 106.2063 enquanto para a variável Renda tal soma atinge apenas 82.60359.

A Figura 6, a seguir, permite que se tenha uma visão bem clara acerca da magnitude dos referidos impactos.

**Figura 6**



16 Anexo, encontram-se os valores para cada uma das variáveis para todo o período de análise.

Para facilitar a exposição dos resultados proceder-se-á a uma divisão do período analisado em cinco subperíodos: do 1º trimestre de 1975 ao 1º trimestre de 1978, do 2º trimestre de 1978 ao 1º trimestre de 1983, do 2º trimestre de 1983 ao 1º trimestre de 1986, do 2º trimestre de 1986 ao 2º trimestre de 1994 e, finalmente, do 3º trimestre de 1994 até o 2º trimestre de 1997

O primeiro subperíodo é marcado por uma demanda por moeda que apresenta resposta negativa, porém praticamente insignificante em relação a mudanças em qualquer das variáveis consideradas. Isto parece indicar a existência de um certo “primitivismo” em relação à política monetária e até mesmo em relação à própria concepção sobre o papel da moeda.

No segundo subperíodo verifica-se uma mudança qualitativa relevante, pois a demanda por moeda passa a apresentar respostas positivas a incrementos no nível de Renda. Na verdade, esses impactos também tornam-se relevantes porque chegam a atingir o patamar de 0,76% em 1982. Em relação às variáveis Preço e Juros, os impactos mantêm-se negativos, porém apresentam um significativo incremento em termos de magnitude. É interessante notar que no segundo trimestre de 1977 foram adotadas várias medidas restritivas em relação à política monetária e creditícia, inclusive pela fixação de juros reais positivos, introduzindo uma maior complexidade no sistema. Merece destacada menção o fato de que somente neste período verificam-se as respostas tradicionalmente esperadas, de acordo com os modelos teóricos referentes à demanda por moeda.

Ao longo do terceiro subperíodo mantém-se a tendência ascendente da magnitude do impacto de mudanças na variável Renda sobre a demanda por moeda. Assim, ao final do período o incremento de 1% na Renda já gerava uma resposta de aproximadamente 2% na demanda por moeda.

Por outro lado, a variável Preços passa a apresentar um resultado positivo, ou seja, o impacto sobre a demanda por moeda decorrente de pequenos acréscimos na inflação passa a ser positivo. Pode-se cogitar que a política econômica adotada - essencialmente uma combinação de elevadas taxas de juros e política cambial ativa -, que objetivava promover o ajuste externo, e que teve como consequência a aceleração inflacionária, talvez tenha introduzido uma mudança estrutural que irá permanecer até praticamente o final do período, ou seja, até o 2º trimestre de 1996, quando os impactos negativos voltam a ser observados, porém com pequena magnitude.

Neste ponto, cabe uma comparação com os resultados obtidos por Triches (1992), que estimou inúmeros modelos na forma log-log para o período compreendido entre o primeiro

trimestre de 1973 e o quarto trimestre de 1985. As elasticidades<sup>17</sup> de curto prazo em relação à renda, por ele estimadas, variaram entre 0,276 e 0,465, dependendo da taxa de juros utilizada.<sup>18</sup> No caso dos juros, as elasticidades de curto prazo variaram entre -0,230 e -0,078 e as elasticidades de curto prazo em relação à taxa de inflação situaram-se no intervalo entre -0,155 e -0,104.

A título de comparação, pode ser feita uma média simples das respostas obtidas a partir da rede neural estimada, considerando o período equivalente ao analisado por Triches (1992). Assim, a elasticidade-renda “média” é de 0.453, a elasticidade-juros “média” é de -0.265 e, finalmente, a elasticidade em relação à taxa de inflação é -0.041. Verifica-se que a magnitude das elasticidades obtidas é próxima dos resultados apresentados por Triches (1992). Deve-se entretanto frisar que, conforme já observado, dentro do período analisado por Triches (1992) existem três subperíodos marcadamente distintos. Desse modo, a utilização dos coeficientes obtidos a partir dos modelos convencionalmente utilizados, como, por exemplo, os modelos log-log, certamente encobre aspectos de extrema relevância para este tipo de análise.

O quarto subperíodo inicia-se com o Plano Cruzado e encerra-se com o Plano Real. Constata-se, facilmente, que este é certamente o período mais conturbado da série, coincidindo com a alternância de planos econômicos fracassados com a retomada do processo inflacionário. De maneira geral, percebe-se que a demanda por moeda passa a ser extremamente sensível a pequenas variações em qualquer das três variáveis de entrada. Em relação à variável Juros, merece destaque o fato de que em todo o período analisado a magnitude da resposta da demanda por moeda é geralmente inferior a 1%, indicando relativa inelasticidade da demanda por moeda em relação à variável Juros, à exceção de dois intervalos contidos neste quarto subperíodo: 2º trimestre de 1987 a 4º trimestre de 1989 e 1º trimestre de 1991 a 4º trimestre de 1993. Esses períodos foram marcados por tentativas de manutenção de uma política de taxa de juros reais elevada, principalmente após o lançamento de cada um dos planos de estabilização.<sup>19</sup> Assim, torna-se interessante notar como estas mudanças de política parecem afetar de maneira estrutural a função demanda por moeda.

---

17 Somente serão considerados os resultados obtidos a partir da definição de moeda equivalente à aplicada neste trabalho, ou seja, M1.

18 Triches (1992), na análise da demanda por moeda de curto prazo, trabalhou com três definições de taxa de juros: a de operações de mercado aberto, a taxa de rendimento da poupança e a taxa de juros de letras de câmbio.

19 Maiores detalhes acerca do contexto e do conjunto da política econômica vigente nesses períodos podem ser encontrados em Latif (1995).

Por outro lado, nota-se que em relação às variáveis Renda e Preços os sinais apresentados pelos impactos são contrários aos esperados, pois incrementos na Renda geram respostas negativas na demanda por moeda enquanto que incrementos na taxa de inflação geram um resultado positivo na demanda por moeda.

Em relação à variável Preços, vale observar que Triches (1992) obteve resultado semelhante ao tentar incorporar os anos de 1986 e 1987, ou seja, incluindo apenas os efeitos do Plano Cruzado. Segundo ele, *“tendo em vista os maus resultados obtidos com a inclusão na amostra dos dois últimos anos, tudo leva a crer que os dados observados, principalmente em 1986, não devam ser incluídos no presente modelo.”* (Triches, 1992, p. 43)

Nakane (1994), por outro lado, analisando a demanda por moeda para o período entre o primeiro trimestre de 1974 e ao terceiro trimestre de 1988, obteve um resultado qualitativamente<sup>20</sup> semelhante para a variável Renda. Conforme o autor, *“Outro ponto surpreendente é o sinal negativo para  $\Delta y_{t-1}$ . A influência negativa de variações do nível de renda real sobre os encaixes reais também foi obtida por Ericsson e Pereira (1989) em um modelo de mecanismo de correção de erros com dados trimestrais para o período 1966(1)/1979(4).”* (Nakane, 1994, p. 101)

Em relação aos resultados obtidos para o período que vai até o último trimestre de 1979, verificou-se, anteriormente, quando da análise do primeiro subperíodo, que isto realmente ocorria. Porém a magnitude destes impactos era tão pequena que podia ser considerada como praticamente nula.

Sendo assim, parece haver uma forte indicação, obtida a partir de evidências empíricas geradas por metodologias distintas, que a influência tanto dos programas de estabilização como das inúmeras inovações introduzidas no mercado financeiro, como decorrência da convivência prolongada com altas taxas de inflação sobre a função demanda por moeda, foi tão profunda que introduziu elementos ainda não incorporados pelos modelos teóricos existentes.

Obviamente, não se pode deixar de mencionar que, na verdade, estão sendo estimados pontos de equilíbrio entre a demanda e a oferta monetária. A estimação da forma como está sendo feita pressupõe que esta função seja estável. Desse modo, considera-se que os pontos

---

20 É importante notar que o modelo de Nakane foi estimado a partir das primeiras diferenças, por isso, a comparação não pode ser feita diretamente, mas visa apenas evidenciar a presença deste resultado analogamente inesperado em dois outros trabalhos.

observados representem o equilíbrio entre uma oferta monetária que oscila sobre uma dada curva de demanda por moeda. A este respeito é interessante verificar os resultados obtidos por Pastore (1997) acerca da passividade da política monetária verificada no período 1990 a 1994, corroborando, de certa forma, esta hipótese. Nakane (1994), por outro lado, ao realizar vários testes de exogeneidade<sup>21</sup> não conseguiu obter evidências inequívocas em relação à exogeneidade das variáveis taxas de inflação e taxa nominal de juros para os parâmetros da equação da demanda por moeda, o que colocaria certas restrições à hipótese adotada neste trabalho. Assim sendo, pode-se considerar que alguns dos resultados obtidos decorrem da violação da hipótese de estabilidade da função demanda, o que implicaria a necessidade de estimação de uma rede neural correspondente a um modelo de equações simultâneas não-lineares, o que foge ao escopo deste trabalho.

Finalmente, a análise do último subperíodo indica uma redução da magnitude dos impactos das variáveis Juros e Preços, sendo que no caso desta última voltam a aparecer impactos negativos. No caso da variável Renda, ainda persistem os fortes efeitos negativos sobre a demanda por moeda, porém ao final do período já se observa um certo arrefecimento e o aparecimento de efeitos positivos de magnitude considerável. É necessário, entretanto, o acompanhamento futuro para comprovar a hipótese de que esteja efetivamente ocorrendo uma reversão na tendência dos efeitos dessa variável sobre a demanda por moeda.

#### 4 Conclusões

Este trabalho representa uma primeira aproximação da estimação de modelos econômicos utilizando a arquitetura das redes neurais. A grande vantagem desta categoria de modelos é a de permitir a estimação de parâmetros de modelos sem a imposição de qualquer tipo de restrição acerca da linearidade ou da normalidade de distribuição de probabilidades dos parâmetros. Por outro lado, a contrapartida a esta vantagem é a inexistência de critérios estatísticos para avaliação da qualidade dos resultados bem como para nortear a seleção de modelos. As pesquisas recentes em redes neurais estão justamente concentradas nessa área.

Os resultados indicaram que ao longo do período compreendido entre o primeiro trimestre de 1975 e o segundo trimestre de 1997 muitas foram as transformações sobre a demanda por moeda, e o bom ajustamento da rede estimada permite concluir que a presença de inovações

---

21 Na verdade, o conceito de exogeneidade relevante para este trabalho é o de superexogeneidade, e é sobre esse conceito que está baseada a afirmação acima. Maiores detalhes acerca dos referidos conceitos bem como da sua correta aplicação podem ser encontrados em Nakane (1994).

financeiras e a convivência prolongada com altas taxas de inflação certamente provocaram efeitos sobre a demanda por moeda, não existindo qualquer razão para se supor que tais influências possam ser incorporadas de forma linear. Pelo contrário, as indicações são de que estes efeitos são efetivamente não-lineares, conforme se verifica pelas grandes oscilações nas elasticidade-juro, renda e preço da demanda por moeda ao longo do período analisado.

## Referências Bibliográficas

- Azoff, E. M. *Neural network time series forecasting of financial markets*. John Wiley & Sons, 1994.
- Bucacos, E. Money demand in Uruguay: an artificial neural network approach. *Anais do XV Encontro Latino-Americano da Econometric Society*. Santiago, Chile, 1997.
- Ericsson, N. R. & Pereira, P. L. V *Empirical analysis of Brazilian money demand: interpreting Cardoso's (1981, 1983)*. Trabalho apresentado na "XI Latin American Meeting of the Econometric Society" Santiago, 1989.
- Greene, W. H. *Econometric analysis*. 3rd edition. New Jersey: Prentice Hall, 1997
- Hertz, J., Krogh, A. & Palmer, R. G. *Introduction to the theory of neural computation*. Santa Fe: Institute Studies in the Sciences of Complexity. Lectures Notes: vol. I. Addison-Wesley Publishing Company, 1991.
- Latif, Z. A. *Regime monetário no Brasil e o descontrole inflacionário*. Dissertação apresentada ao Departamento de Economia da FEA-USP, para obtenção do título de mestre em economia. São Paulo, 1995
- Lee, T. H., White, H. & Granger, C. W. J. Testing for neglected nonlinearity in time series models: a comparison of neural network methods and alternative tests. *Journal of Econometrics*, 56, p. 269-90, 1993.
- Nakane, M. I. *Testes de exogeneidade fraca e de superexogeneidade para a demanda por moeda no Brasil*. 18º Prêmio BNDES de Economia, Rio de Janeiro, 1994.
- Pastore, A. C. Passividade monetária e inércia. Rio de Janeiro: FGV, *Revista Brasileira de Economia*, v. 51, jan./mar. 1997
- Sargent, T. J. *Bounded rationality in macroeconomics*. The Arne Ryde Memorial Lectures, Oxford: Clarendon Press, 1993.

Skapura, D. M. *Building neural networks*. ACM Press (division of Association for Computing Machinery) e Addison-Wesley Publishing Company, 1995.

Swanson, N. R. & White, H. *A model-selection approach to real-time macroeconomic forecasting using linear models and artificial neural networks*. EWP 9503004, 1995.

Teräsvirta, T., Lin, C. F. & Granger, C. W. J. Power of the neural network linearity test. *Journal of Time Series Analysis*, v. 14, n. 2, p. 209-220, 1993.

Triches, D. *Demanda por moeda no Brasil e a causalidade ente as variáveis monetárias e a taxa de inflação: 1972/1987* 16° Prêmio BNDES de Economia, Rio de Janeiro, 1992.

White, H. & Swanson, N. R. A model-selection approach to assessing the information in the term structure using linear models and artificial neural networks. *Journal of Business & Economic Statistics*, v. 13. n. 3, July 1995.

## Anexo

### Impacto do Acréscimo de 1% em cada Variável Explicativa

Trimestre	Renda	Inflação	Juros.
751	-0.04%	-0.01%	-0.02%
752	-0.01%	-0.01%	-0.03%
753	-0.03%	-0.02%	-0.03%
754	-0.05%	-0.02%	-0.05%
761	-0.08%	-0.04%	-0.06%
762	-0.05%	-0.04%	-0.09%
763	-0.07%	-0.06%	-0.12%
764	-0.07%	-0.03%	-0.11%
771	-0.12%	-0.05%	-0.12%
772	0.01%	-0.04%	-0.09%
773	-0.02%	-0.02%	-0.11%
774	-0.01%	-0.03%	-0.09%
781	-0.08%	-0.04%	-0.10%
782	0.03%	-0.05%	-0.11%
783	0.07%	-0.04%	-0.14%
784	0.03%	-0.04%	-0.16%
791	-0.07%	-0.09%	-0.19%
792	0.18%	-0.05%	-0.14%
793	0.33%	-0.10%	-0.14%
794	0.34%	-0.10%	-0.14%
801	0.32%	-0.08%	-0.15%
802	0.73%	-0.08%	-0.12%
803	0.70%	-0.11%	-0.22%
804	0.62%	-0.16%	-0.34%
811	0.39%	-0.19%	-0.41%
812	0.55%	-0.12%	-0.41%
813	0.25%	-0.14%	-0.49%
814	-0.05%	-0.14%	-0.54%

**Impacto do Acréscimo de 1% em cada Variável Explicativa**

Trimestre	Renda	Inflação	Juros.
821	0.10%	-0.20%	-0.51%
822	0.76%	-0.13%	-0.50%
823	0.49%	-0.11%	-0.57%
824	0.25%	-0.13%	-0.62%
831	0.16%	-0.20%	-0.55%
832	0.97%	0.01%	-0.36%
833	1.19%	0.03%	-0.33%
834	0.70%	-0.07%	-0.41%
841	0.70%	-0.01%	-0.31%
842	1.26%	0.01%	-0.42%
843	1.36%	0.07%	-0.35%
844	1.30%	0.07%	-0.33%
851	1.15%	0.07%	-0.30%
852	1.01%	0.08%	-0.42%
853	1.46%	0.18%	-0.43%
854	1.74%	0.23%	-0.42%
861	1.96%	0.17%	-0.37%
862	-1.21%	0.00%	-0.05%
863	-4.32%	0.01%	-0.18%
864	-2.34%	0.00%	-0.25%
871	1.05%	0.36%	-0.54%
872	-1.85%	1.11%	-1.01%
873	-5.70%	0.28%	-0.59%
874	-0.57%	0.49%	-0.55%
881	1.65%	0.47%	-0.68%
882	-4.24%	1.07%	-1.17%
883	-3.74%	1.18%	-1.54%

**Impacto do Acréscimo de 1% em cada Variável Explicativa**

Trimestre	Renda	Inflação	Juros.
884	1.47%	0.60%	-1.45%
891	1.01%	0.26%	-0.69%
892	-13.70%	1.30%	-1.20%
893	-3.24%	2.87%	-2.36%
894	0.88%	1.97%	2.75%
901	0.06%	0.06%	-0.02%
902	-0.01%	0.14%	-0.39%
903	-10.02%	0.89%	-0.84%
904	-0.10%	0.42%	-0.79%
911	2.23%	0.26%	-0.38%
912	-11.23%	0.56%	-0.71%
913	-10.37%	1.10%	-1.03%
914	0.12%	0.46%	-1.35%
921	0.98%	0.28%	-1.09%
922	-3.90%	0.95%	-1.38%
923	-0.23%	0.82%	-1.47%
924	1.00%	0.50%	-1.24%
931	1.64%	0.55%	-1.37%
932	-7.21%	2.25%	-2.41%
933	-0.59%	1.71%	-2.08%
934	1.22%	1.26%	-1.27%
941	2.79%	2.02%	-0.10%
942	-4.30%	3.71%	0.83%
943	-11.59%	0.56%	-0.58%
944	-9.20%	0.04%	-0.74%
951	-8.45%	0.03%	-0.70%
952	1.85%	0.00%	-0.80%

**Impacto do Acréscimo de 1% em cada Variável Explicativa**

Trimestre	Renda	Inflação	Juros.
953	-5.94%	0.01%	-0.75%
954	-7.75%	0.01%	-0.55%
961	-10.94%	0.02%	-0.37%
962	2.83%	-0.02%	-0.35%
963	2.99%	-0.01%	-0.33%
964	0.89%	0.00%	-0.32%
971	-5.04%	0.02%	-0.29%
972	2.82%	-0.01%	-0.24%

